PD Dr. J. Apel

SS 2000
15. Juli 2000

Deckblatt

<u>Testklausur Analysis</u>

Dieses Deckblatt bitte in Blockschrift ausfüllen und mit der Klausur abgeben! Jedes Lösungsblatt ist mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer zu beschriften. Für jede Aufgabe sind separate Lösungsblätter zu verwenden! Alle Blätter sind möglichst mit einer Büroklammer, aber auf keinen Fall mit einem Klammeraffen, zusammenzuheften.

Name, Vorname :

Matrikelnummer:

Bearbeitete Aufgaben:
(Bitte ankreuzen)

Aufgabe	1 *9 Pkt.*	2 *10 Pkt.*	3 *12 Pkt.*	4 *14 Pkt.*
bearbeitet				
erreichte Punkte				

Aufgabenblatt zur Testklausur *Analysis*

Hinweis: Näherungslösungen sind nur an solchen Stellen zulässig, wo explizit darauf hingewiesen wird!

Aufgabe 1: Unendliche Folgen und Reihen:

(a) Wann heißt die komplexe Zahl $g \in \mathbb{C}$ der Grenzwert der komplexen Zahlenfolge $F = (a_n)_{n \geq 1}$? **(3 Punkte)**

(b) Überprüfen Sie die folgenden unendlichen Reihen auf Konvergenz **(6 Punkte)**

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2-1}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2^n)}{n^2}$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+(-3)^n}{n \cdot 3^n}$$

Aufgabe 2: Stetigkeit:

(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und klassifizieren Sie die Unstetigkeitsstellen der Funktion **(5 Punkte)**

$$f(x) = \frac{\sin x}{xe^x} + \frac{x+2}{x-1}$$

(b) Besitzt die Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x + 2}{x^2 - 4}$$

(wenigstens) eine Nullstelle? Begründen Sie ihre Antwort! **(5 Punkte)**

Aufgabe 3: Differentialrechnung:

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei eine auf dem offenen Intervall (a, b) definierte Funktion. Was versteht man unter dem Differenzenquotienten von f an der Stelle $x_0 \in (a, b)$? **(3 Punkte)**

(b) Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 12x + 1$$

auf lokale Extrema und Wendepunkte. Berechnen Sie jeweils beide Koordinaten der Punkte. **(9 Punkte)**

Aufgabe 4: Integralrechnung:

(a) Wann heißt eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ auf dem endlichen, abgeschlossenen Intervall $[a, b] \subset \mathbb{R}$, $a < b$, im Riemannschen Sinne integrierbar? **(3 Punkte)**

(b) Berechnen Sie die Integrale: **(5 Punkte)**

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$$
$$\int x \sin x \, dx$$

(c) Berechnen Sie die Länge der Kurve mit der Parameterdarstellung **(6 Punkte)**

$$P(t) = \left(t^2; \frac{1}{3}t^3 - t\right) \ , -2 \leq t \leq 2 \ .$$