1 Signalverarbeitung

Aufgabe 1

Sei $x(t) = \cos(20\pi t)\sin(80\pi t)$.
1 Zeigen Sie, dass

$$x(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \phi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \phi_2),$$

wobei $A_1, f_1, \phi_1, A_2, f_2, \phi_2$ reelle Zahlen sind.
2 Skizzieren Sie den Graphen von $x(t)$.
3. Zeichnen Sie das 2-seitige Spektrum von $x(t)$.
4. Erläutern Sie das Abtasttheorem (Sampling Theorem). Bestimmen Sie die minimale Abtastrate, die verwendet werden muss, damit das Signal $x(t)$ fehlerfrei aus dem abgetasteten Signal rekonstruiert werden kann.

Aufgabe 2

1. Sei $y(n) = \mathcal{T}[x(n)]$ ein System. Was bedeuten die folgenden Begriffe. Das System ist a) linear b) zeitinvariant c) stabil d) kausal.
2 a) Ist das System $y(n) = \sin(x(n)) + \frac{1}{n^2+1}$ stabil?
b) Ist das System $y(n) = x(4n)$ zeitinvariant ?
c) Ist das System $y(n) = x(-n) + x(n+1)$ kausal?
d) ist das System $y(n) = x(n)^2$ linear?

Aufgabe 3

Die Impulsantwort der Systeme 1 und 2 ist

$$h_1(n) = h_2(n) = \delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3).$$

1. Bestimmen Sie die System-Funktionen $H_1(z)$ und $H_2(z)$.
2. Bestimmen Sie $H(z)$, die System-Funktion des gesamten Systems.
3. Bestimmen Sie $h(n)$, die Impulsantwort des gesamten Systems.
4. Geben Sie das System als Differenzgleichung an.
5. Bestimmen Sie die Pole und die Nullstellen von $H(z)$.
6. Zeigen Sie, dass die Frequenzantwort der Systeme 1 und 2 durch

$$H_1(\exp^{j\hat{\omega}}) = H_2(\exp^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sin(2\hat{\omega})}{\sin(\hat{\omega}/2)} \exp^{-j3\hat{\omega}/2}$$

bestimmt ist.